

गणित/अनुप्रयुक्त गणित (319)

पाठ्यक्रम 12 वीं कक्षा के लिए

खंड - ए

1. बीजगणित

- (i) आव्यूह और आव्यूहों के प्रकार
- (ii) आव्यूहों की समानता एक आव्यूह का परिवर्त, सममित और विषम सममित आव्यूह
- (iii) आव्यूहों का बीजगणित
- (iv) सारणिक
- (v) आव्यूह का व्युत्क्रम
- (vi) आव्यूह विधि के उपयोग से ऐंखिक समीकरण निकाय का हल

2. कलन

- (i) उच्चतर कोटि के अवकलज
- (ii) स्पर्श रेखा तथा अभिलंब
- (iii) वर्धमान और ह्रासमान फलन
- (iv) उच्चष्ठ और निम्ननिष्ठ

3. समाकलन और इसके अनुप्रयोग

- (i) फलनों का अनिश्चित समकलन
- (ii) अनिश्चित समाकलनों का मूल्यांकन
- (iii) निश्चित समाकलन
- (iv) समाकलनों के अनुप्रयोग से वक्रों के अंतर्गत क्षेत्रफल

4. अवकल समीकरण

- (i) अवकल समीकरणों की कोटि और घात
- (ii) पृथक्करणीय चर वाले अवकल समीकरणों का निर्माण और हल

5. प्रायिकता बंटन

- (i) यादृच्छिक चर और उसका प्रायिकता बंटन
- (ii) यादृच्छिक चर का प्रत्याशित मान
- (iii) यादृच्छिक चर का प्रसरण और मानक विचलन
- (iv) द्विपद बंटन

6. ऐंखिक प्रोग्रामन

- (i) ऐंखिक प्रोग्रामन समस्या का गणितीय निर्माण
- (ii) दो चरों में प्रश्नों के हल के लिए आलेखीय विधि
- (iii) सुसंगत और असुसंगत क्षेत्र
- (iv) इष्टतम सुसंगत हल

यूनिट I : संबंध और फलन

- संबंधों के प्रकार स्वतुल्य, सममित, संक्रामक और तुल्यता संबंध। एकेकी और आच्छादक फलन, फलनों का संयोजन, व्युत्क्रमणीय फलन, द्वि आधारी संक्रियाएँ।
- प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन परिभाषा, परिसर, प्रांत मुख्य मान शाखाएं प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलनों के ग्राफ व्युत्क्रमणीय प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलनों के गुणधर्म।

यूनिट II : बीज गणित

- आव्यूह भूमिका, परिभाषा, कोटि, समानता के प्रकार, शून्य आव्यूह, एक आव्यूह का परिवर्त, सममित और विषम सममित आव्यूह। आव्यूहों का योग, गुणन और एक आव्यूह का एक अदिश से गुणन आव्यूहों के योग गुणन और अदिश गुणन के गुणधर्म, आव्यूहों के गुणन की अक्रम-विनिमेयता दो शून्येतर आव्यूहों के गुणनफल के रूप में शून्य आव्यूह (कोटी 2 के वर्ग तक सीमित) प्रारंभिक पंक्ति और स्तंभ संक्रिया का अवधारणा। व्युत्क्रमणीय आव्यूह और व्युत्क्रम आव्यूह की अद्वियता का प्रमाण, यदि उसका अस्तित्व है (यह सममित आव्यूहों में वास्तविक प्रविष्टियाँ होंगी)
- एक वर्ग (3×3 तक) का सारणिक; सारणिक, उपसारणिक और सहखंड के गुणधर्म, त्रिभुजों का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए सरणिओं का अनुप्रयोग, एक वर्ग का सहखंडज और व्युत्क्रम। उदाहरण द्वारा रैखिक समीकरण निकाय की असंगता और हलों की संख्या, आव्यूहों के व्युत्क्रम का उपयोग करते हुए दो या तीन चरों में रैखिक समीकरण निकाय (जिनके अद्वितीय हल हैं) को हल करना।

यूनिट III : कलन

1. संतता और अवकलनीयता

संयुक्त फलनों का अवकलज, शृंखला नियम, प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलनों का अवकलज। अस्पष्ट फलनों का अवकलज। चरघातांकी और लघुगणकीय फलनों की धारणा। $\log x$ तथा e^x के अवकलज। लघुगणकीय अवकलन। फलनों के प्राचालिक रूपों के अवकलज। द्वितीय कोटि के अवकलज। रोले का प्रमेय तथा लग्राँजी माध्यमान प्रमेय (बिना उपपत्ति के) और ज्यामितीय व्याख्या।

2. अवकलज के अनुप्रयोग

परिवर्तन की दर, वर्धमान अवर हासमान फलन, स्पर्श रेखाएँ और अभिलंब, सन्निकटन, उच्चतम और निम्नतम, (प्रथम अवकलज परीक्षण की ज्यामितीय व्याख्या तथा द्वितीय अवकलज परीक्षण उपपत्ति के लिए)। सरल प्रश्न (विषय के मूल सिद्धांत तथा समझ के लिए), वास्तविक-जीवन से संबंधित प्रश्न।

3. समाकलन

अवकलन के व्युत्क्रम प्रक्रम के रूप में समाकलन। फलनों का प्रतिस्थापना द्वारा, आंशिक भिन्नों द्वारा तथा खंडशः समाकलन केवल निम्न प्रकार के सरल समाकलन

$$\int \frac{dx}{x^2 \pm a^2}, \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}, \int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}, \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}},$$

$$\int \frac{(px + q)}{ax^2 + bx + c} dx, \int \frac{(px + q)}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx, \int \sqrt{a^2 \pm x^2} dx \text{ तथा } \int \sqrt{a^2 - x^2} dx$$

$$\int \sqrt{ax^2 + bx + c} dx \text{ तथा } \int (px + q) \sqrt{ax^2 + bx + c} dx$$

योगफल की सीमा के रूप में निश्चित समाकलन। कलन की आधारभूत प्रमेय (उपपत्ति के बिना)। निश्चित समाकलन के आधारभूत गुणधर्म तथा निश्चित समाकलनों का मान ज्ञात करना।

4. समाकलनों के अनुप्रयोग

साधारण वक्रों, विशेष रूप से रेखाएँ, वृत्त/परवलय दीर्घवृत्त (केवल मानक रूप में) के अंतर्गत क्षेत्रफल ज्ञात करने में अनुप्रयोग, उपर्युक्त दो वक्रों के बीच क्षेत्रफल (क्षेत्र स्पष्टतया पहचाना जाना चाहिए)।

5. अवकल समीकरण

परिभाषा, कोटि एवं घात, एक अवकल समीकरण का व्यापक एवं विशिष्ट हल, दिए हुए व्यापक हल वाले अवकल समीकरण का निर्माण। अवकल समीकरण का पृथक्करणीय विधि द्वारा हल, प्रथम कोटि एवं प्रथम घात का समघातीय अवकल समीकरण।

$$\frac{dy}{dx} + Py = Q, \text{ जहाँ } P \text{ तथा } Q, x \text{ के फलन हैं या अचर हैं}$$

$$\frac{dy}{dx} + Px = Q, \text{ जहाँ } P \text{ तथा } Q, y \text{ के फलन हैं या अचर हैं}$$

के प्रकार की रैखिक अवकल समीकरण के हल।

यूनिट IV : सदिश तथा त्रि-विमीय ज्यामिती

1. सदिश

सदिश एवं अधिश राशियाँ, एक सदिश का परिमाण एवं दिशा। सदिशों के दिक्-कोसाइन/अनुपात। सदिशों के प्रकार (बराबर, मात्रक, समांतर एवं सरेख सदिश), एक बिंदु का स्थिति सदिश, ऋणात्मक सदिश, एक सदिश के घटक, सदिशों का योगफल, एक अदिश से एक सदिश का गुणन, एक रेखाखंड को दिए गए अनुपात में विभजित करने वाले बिंदु का स्थिति सदिश, दो सदिशों का अदिश गुणनफल, एक सदिश का किसी रेखा पर प्रक्षेप, दो सदिशों का सदिश गुणनफल, अदिश ट्रिपल गुणनफल।

2. त्रि-विमीय ज्यामिति

दो बिंदुओं को मिलाने वाली रेखा के दिक्-कोसाइन/अनुपात। एक रेखा के कार्तीय एवम् सदिश समीकरण, समतलीय एवं विषमतलीय रेखाएँ, दो रेखाओं के बीच न्यूनतम दूरी। एक समतल के कार्तीय एवं सदिश समीकरण। (i) दो रेखाओं, (ii) दो समतलों, (iii) एक रेखा एवं एक समतल के मध्य कोण। समतल से एक बिंदु की दूरी।

यूनिट V : रैखिक प्रोग्राम

भूमिका, संबंधित परिभाषिक शब्दावली-व्यवरोध, उद्देश्य फलन, इष्टतम, रैखिक प्रोग्राम (L.P.) समस्याओं के प्रकार, L.P. समस्या का गणितीय सूत्रीकरण, दो चरों में समस्याओं की आलेखीय विधि, सुसंगत तथा असुसंगत क्षेत्र, सुसंगत तथा असंगत हल, इष्टतम सुसंगत हल (तीन अनुच्छ व्यवरोधों तक)।

यूनिट VI : प्रायिकता

प्रायिकता की गुणन-प्रमेय। सप्रतिबंध प्रायिकता, स्वतंत्र घटनाएँ, संपूर्ण प्रायिकता, बेज-प्रमेय। यादृच्छिक चर और इसका प्रायिकता बंटन, यादृच्छ चर का माध्य एवं प्रसरण। पुनरावृत्त स्वतंत्र (बर्नूली) जांच (trials) एवं द्विपद बंटन।

1. संतता और अवकलनीयता, संयुक्त फलनों का अवकलज, शृंखला, नियम, प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलनों का अवकलज अस्पष्ट फलनों का अवकलज, चरघातांकी, लघुगणकीय फलनों की अवधारणा। $\log x$ और e^x के अवकलज लघुगणकीय अवकलन। फलनों के प्राचालिक रूपों के अवकलज। द्वितीय कोटि के अवकलज। रोले का प्रमेय और लग्राँजी माध्यमान प्रमेय (बिना उपपत्ति के) और ज्यामितीय व्याख्या।
2. डेरिवेटिव्स के डेरिवेटिव्स एप्लीकेशन्स : परिवर्तन की दर, बढ़ते/घटते कार्यों, और सामान्य, अनुमानों, मैक्सिमा और न्यूनतम (एक प्रमाणित उपकरण के रूप में दिया गया पहला डेरिवेटिव परीक्षण ज्यामितीय रूप से प्रेरित और दूसरा डेरिवेटिव परीक्षण) सरल समस्याएँ (जो मूल सिद्धांतों और विषय के साथ-साथ वास्तविक जीवन की स्थितियों की समझ को दर्शाती हैं)। टैंजेंट और समान्य।
3. इंटीग्रल

अंतर की विपरीत प्रक्रिया के रूप में एकीकरण। प्रतिस्थापन द्वारा, आंशिक अंशों द्वारा और भागों द्वारा विभिन्न कार्यों का एकीकरण, केवल प्रकार के सरल एकीकरण –

$$\int \frac{dx}{x^2 \pm a^2}, \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}, \int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}, \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}},$$

$$\int \frac{(px + q)}{ax^2 + bx + c} dx, \int \frac{(px + q)}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx, \int \sqrt{a^2 \pm x^2} dx \text{ तथा } \int \sqrt{a^2 - x^2} dx$$

$$\int \sqrt{ax^2 + bx + c} dx \text{ तथा } \int (px + q)\sqrt{ax^2 + bx + c} dx$$

मूल्यांकन किया जाना चाहिए।

किसी राशि की सीमा के रूप में परिभाषित एकीकृत। कैलकुलस का बुनियादी सिद्धांत (बिना सबूत)। निश्चित इंटीग्रल के बुनियादी गुण और निश्चित इंटीग्रल का मूल्यांकन।

4. सरल वक्र के तहत क्षेत्र खोजने में इंटीग्रल अनुप्रयोग, विशेष रूप से वृत्तों/परवलयों/एल-लिप्सों (केवल मानक रूप में), उपरोक्त दोनों वक्र के बीच क्षेत्र (क्षेत्र को द्वारा पहचाना जाना चाहिए)।

5. डिफरेंशियल समीकरण की परिभाषा, क्रम और डिग्री, सामान्य और विशेष समाधान। विभेदक समीकरण का निर्माण जिसका सामान्य समाधान दिए गया हो। चर के पृथक्करण, प्रथम क्रम और प्रथम डिग्री के समरूप अवकल समीकरणों के द्वारा अवकल समीकरणों का समाधान। इस प्रकार के रैखिक अंतर समीकरण के समाधान

$$\frac{dy}{dx} + Py = Q, \text{ जहाँ } P \text{ तथा } Q, x \text{ या निरंतर के कार्य हैं}$$

$$\frac{dy}{dx} + Px = Q, \text{ जहाँ } P \text{ तथा } Q, y \text{ या निरंतर के कार्य हैं}$$

यूनिट IV : वेक्टर और 3 - आयामी ज्यामिति

1. वेक्टर

वेक्टर और स्केलर, एक वेक्टर की परिमाण और दिशा

वेक्टरों की दिशा कोसाइन/अनुपात। वेक्टरों के प्रकार (समान, इकाई, शून्य, समानांतर और कोलीनियर वेक्टर), एक बिंदु का स्थिति वेक्टर, एक वेक्टर का नकारात्मक, एक वेक्टर के घटक, वेक्टरों का संयोजन, एक स्केलर द्वारा एक वेक्टर का गुणन, दिए गए अनुपात में एक लाइन सेगमेंट को विभाजित करने वाल बिंदु का स्थिति वेक्टर। वेक्टरों का स्केल (डॉट) उत्पाद, एक लाइन पर एक वेक्टर का प्रक्षेपण। वेक्टरों का वेक्टर (क्रॉस) उत्पाद, स्केलर ट्रिपल उत्पाद।

2. दो बिंदुओं को जोड़ने वाली एक रेखा की त्रिआयामी ज्यामिति दिशा

कोसाइन/अनुपात। एक रेखा, कोप्लानर और स्क्यूलाइनों का कार्टेसियन और वेक्टर समीकरण, दो लाइनों के बीच की सबसे कम दूरी। किसी विमान का कार्टेसियन और वेक्टर समीकरण (i) दो लाइनों, (ii) दो विमानों, (iii) एक लाइन और एक विमान के बीच कोण। किसी विमान से एक बिंदु की दूरी।

यूनिट V : रैखिक प्रोग्रामिंग परिचय, संबंधित शब्दावली जैसे बाधाएं, वस्तुनिष्ठ कार्य, अनुकूलन, विभिन्न प्रकार की रैखिक प्रोग्रामिंग (एलपी) समस्याएं, एलपी समस्याओं का गणितीय निर्माण, दो चरों में समस्याओं के लिए समाधान की ग्राफिकल पद्धति, व्यवहार्य और अव्यवहार्य क्षेत्र, व्यवहार्य और अव्यवहार्य समाधान, इष्टतम व्यवहार्य समाधान (तीन गैर-तुच्छ बाधाओं तक)।

यूनिट VI : संभाव्यता गुणा सिद्धांत संभाव्यता पर। सशर्त संभावना, स्वतंत्र घटनाएं, कुल संभावना, बेय का प्रमेय। रैंडम वेरिएबल और इसकी संभावना वितरण, औसत और बेतरीब वेरिएबल की भिन्नता। बारंबार स्वतंत्र (बर्नॉली) परीक्षण और द्विपद वितरण।

धारा बी - 2 : अनुप्रयुक्त गणित

इकाई 1 : संख्या, मात्रांकन और संख्यात्मक अनुप्रयोग

A. मॉड्यूलो अंकगणित

- पूर्णांक के मॉड्यूलस को परिभाषित करना।
- मॉड्यूलस अंकगणितीय नियमों का उपयोग करके अंकगणितीय संचालन लागू करना।

B. सर्वगसमता मॉड्यूल

- सर्वगसमता मॉड्यूलों को परिभाषित करें।
विभिन्न समाज में परिभाषाएं लागू करें।

C. आरोप और मिश्रण

- दिए गए मूल्य पर मिश्रण का उत्पादन करने के आरोप के नियम को समझें।
- मिश्रण का नियम लागू करना
- आरोप का नियम लागू करना

D. संख्यात्मक समस्याएं

गणितीय रूप से वास्तविक जीवन की समस्याओं का समाधान

E. नाव और धाराएं।

- अपस्ट्रीम और डाउनस्ट्रीम के बीच अंतर करें।
समस्या को कमीकरण के रूप में व्यक्त करें।

F. पाइप और कुएं।

- दो या दो से अधिक पाइप भरने में लगने वाले समय का निर्धारण करें।

G. रेस एंड गेम्स

दिए गए आंकड़ों से मिल गए दूरी/दूरी/कार्य की तुलना
दो खिलाड़ियों के प्रदर्शन से करें।

H. साझेदारी

- सक्रिय पार्टनर और स्लीपिंग पार्टनर के बीच अंतर करें।
- भागीदारों के उनके निवेश के अनुपार में विभाजित किए जाने वाले लाभ या हानि का निर्धारण करना। दो या अधिक आकारों का उपयोग करके ठोस बनाए जाने के लिए समय की मात्रा/सतह क्षेत्र पर विचार करना।

I. संख्यात्मक असमानताएं।

- संख्यात्मक असमानताओं की बुनियादी अवधारणाओं का वर्णन करना।
- संख्यात्मक असमानताओं को समझें और लिखें।

यूनिट II : अल्जेब्रा**A. मैट्रिसीज और मैट्रिसीज के प्रकार।**

- मैट्रिक्स परिभाषित करें।
- विभिन्न प्रकार की मैट्रिसीज की पहचान करना।

B. मैट्रिक्स की समानता, एक मैट्रिक्स का परागमन, सममित और स्वयू सममित मैट्रिक्स।

- दो मेट्रिसिटी की समानता का निर्धारण करना।
- दिए गए मैट्रिक्स का ट्रांसपोज लिखें।
- सममितीय और स्कू सममितीय मैट्रिक्स परिभाषित करें।

यूनिट III : कैलकुलस

- A. उच्च आदेश व्युत्पन्न।
 दूसरे और उच्च क्रम के डेरिवेटिव्स का निर्धारण करें।
 पैरामीट्रिक कार्यों और अंतनिहित कार्यों के अंतर को समझना निर्भर और स्वतंत्र चरों की पहचान कर।
- B. व्युत्पन्न पदार्थों का उपयोग करते हुए सीमांत लागत और सीमांत राजस्व।
 - सीमांत लागत और सीमांत राजस्व को परिभाषित करना।
 - सीमांत लागत और सीमांत राजस्व का पता लगाएं।
- C. मैक्सिमा और मिनिमा।
 - समारोह के महत्वपूर्ण बिंदुओं का निर्धारण करें।
 - स्थानीय अधिकतम और स्थानीय न्यूनतम के बिंदु (ओं) और संबंधित स्थानीय अधिकतम और स्थानीय न्यूनतम मूल्यों का पता लगाएं।
 - किसी फंक्शन के पूर्ण अधिकतम और पूर्ण न्यूनतम मूल्य का पता लगाएं।

यूनिट IV : संभावना वितरण

- A. संभाव्यता वितरण
 - यादृच्छिक चर और इसके संभाव्यता वितरण की अवधारणा को समझें।
 - विभिन्न यादृच्छिक चर की संभाव्यता वितरण का पता लगाएं।
- B. गणितीय उम्मीद
 यादृच्छिक चर के अपेक्षित मूल्य का पता लगाने के लिए आवृत्ति वितरण का अंकगणितीय माध्य लागू करें।
- C. वेरिएंस।
 एक यादृच्छिक परिवर्तन के परिवर्तन अवर एस.डी. की गणना करें।

यूनिट V : सूचकांक संख्या और समय आधारित डेटा।

- A. सूचकांक संख्या।
 सूचकांक संख्या का निर्माण। विभिन्न प्रकार के सूचकांक संख्याओं का निर्माण करें।
- B. सूचकांक संख्याओं को एक विशेष प्रकार के औसत के रूप में परिभाषित करना।
- C. सूचकांक संख्या की पर्याप्तता का परीक्षण। टाइम रिवर्सल टेस्ट लागू करें।

यूनिट V : यूनिट VI : सूचकांक संख्या और समय आधारित आंकड़े।

A. जनसंख्या और नमूना।

- जनसंख्या और नमूना परिभाषित करना।
- जनसंख्या और नमूने के बीच अंतर करना।
- जनसंख्या से एक प्रतिनिधि नमून परिभाषित करना।

B. पैरामीटर और सांख्यिकी और सांख्यिकीय हस्तक्षेप।

- जनसंख्या के संदर्भ में पैरामीटर परिभाषित करें।
- नमूने के संदर्भ में सांख्यिकी को परिभाषित करें।
- पैरामीटर और सांख्यिकी के बीच संबंध को समझाएं।
- जनसंख्या के अनुमान को सामान्य बनाने के लिए सांख्यिकी की सीमा को समझाएं।
- सांख्यिकीय महत्व और सांख्यिकीय अनुमान की अवधारणा की व्याख्या करें।
- राज्य केंद्रीय सीमा सिद्धांत।

जनसंख्या

- नमूना वितरण
- नमूना के बीच संबंध की व्याख्या करें।

यूनिट VII : सूचकांक संख्या और समयबद्ध आंकड़े।

- टाइम सीरीज।
- टाइम सीरीज की पहचान कालानुक्रमिक डेटा के रूप में करें।
- सांख्यिकीय आंकड़ों और व्याख्या के आधार पर व्यावहारिक समस्याओं का समाधान करना।

यूनिट VIII : वित्तीय गणित। स्थायित्व, ढूबते कोष

A. - स्थायित्व और ढूबते कोष की अवधारणा को समझाना

- स्थायित्व की गणना करना
- ढूबते कोष और बचत खाते के बीच अंतर करना।

B. बॉन्ड का मूल्यांकन-बॉन्ड के मूल्यांकन की अवधारणा और संबंधित शर्तों को परिभाषित करना।

- वर्तमान मूल्य दृष्टिकोण का उपयोग करके बॉन्ड के मूल्य की गणना करना। ईएमआई की गणना

C. ईएमआई की अवधारणा को समझाएं

- विभिन्न तरीकों का उपयोग करके ईएमआई की गणना करें।

D. अवमूल्यन की रैखिक विधि.

- अवमूल्यन की रैखिक विधि की अवधारणा परिभाषित करें। दी गई जानकारी से किसी परिसंपत्ति की लागत, और उपयोगी जीवन की व्याख्या करें।
- अवमूल्यन की गणना करें।

यूनिट IX : रैखिक प्रोग्रामिंग

- A. परिचय और संबंधित शब्दावली
 - लीनियर प्रोग्रामिंग समस्या से संबंधित शर्तों के साथ परिचित होना।

- B. रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या का गणितीय निर्माण।
 - रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या का निर्माण।

- C. विभिन्न प्रकार की रैखिक प्रोग्रामिंग समस्याएं
 - विभिन्न प्रकार के एलपीपी की पहचान और निर्माण।

- D. दो वेरिएबल में समस्याओं के समाधान के लिए आलेखीय विधि
 - दो वेरिएबल को शामिल करने वाली रैखिक असमानता की प्रणाली के लिए ग्राफ खींचना और आलेखीय रूप से इसका समाधान खोजना।

- E. व्यवहार्य और अव्यवहार्य क्षेत्र-व्यहार्य
 - अव्यवहार्य और सीमावर्ती क्षेत्रों की पहचान करना। व्यवहार्य और अव्यवहार्य समाधान।

- F. इष्टतम व्यवहार्य समाधान-व्यवहार्य और अव्यवहार्य
 - समाधान को समझना
 - इष्टतम व्यवहार्य समाधान खोजना।